



068-536

Mathématique

Épreuve de synthèse
Numéro 03

Questionnaire

5^e secondaire

Septembre 2002



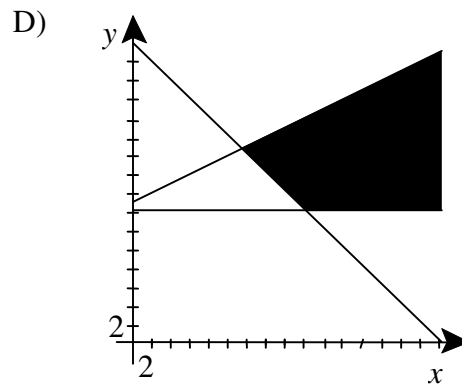
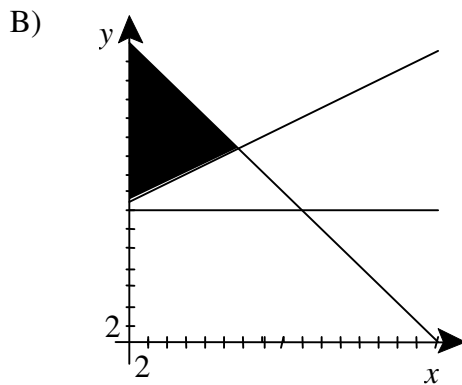
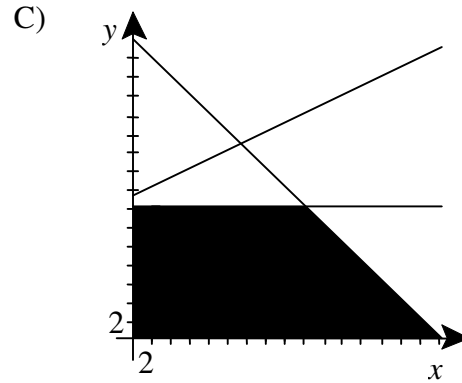
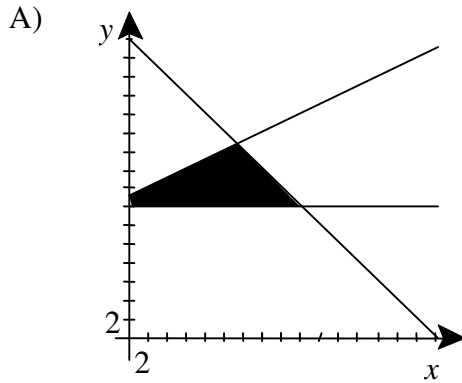
Formation générale des jeunes

3

Soit le système d'inéquations suivant :

$$\begin{aligned}x &\geq 0 \\y &\geq 14 \\2y &\geq x + 30 \\x + y &\leq 32\end{aligned}$$

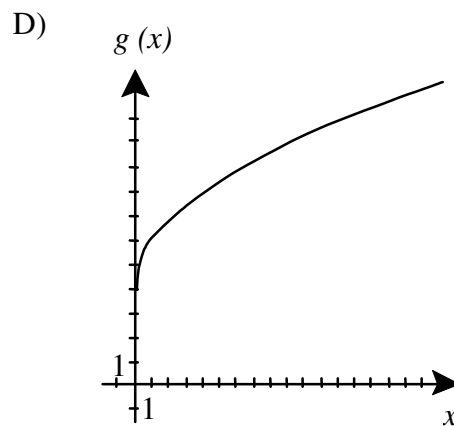
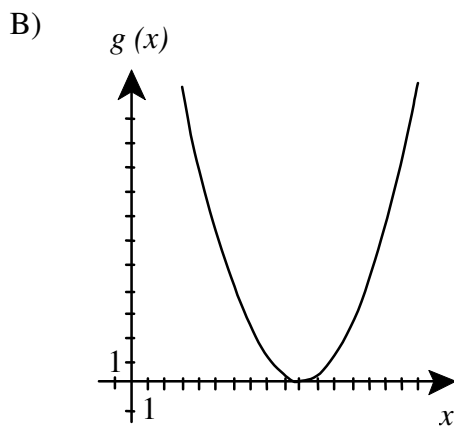
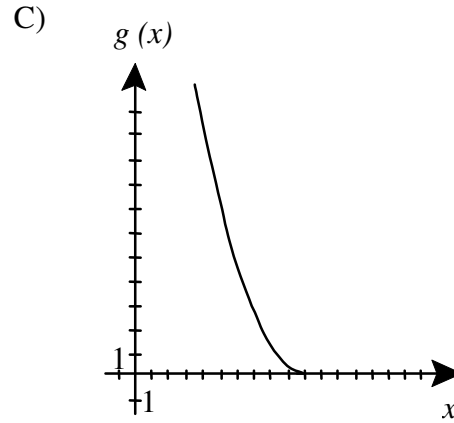
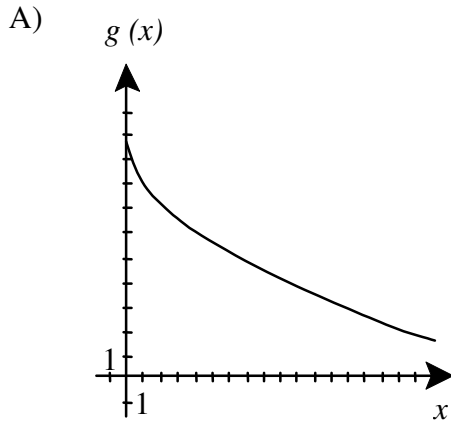
Lequel des graphiques ci-dessous illustre l'ensemble-solution de ce système d'inéquations?



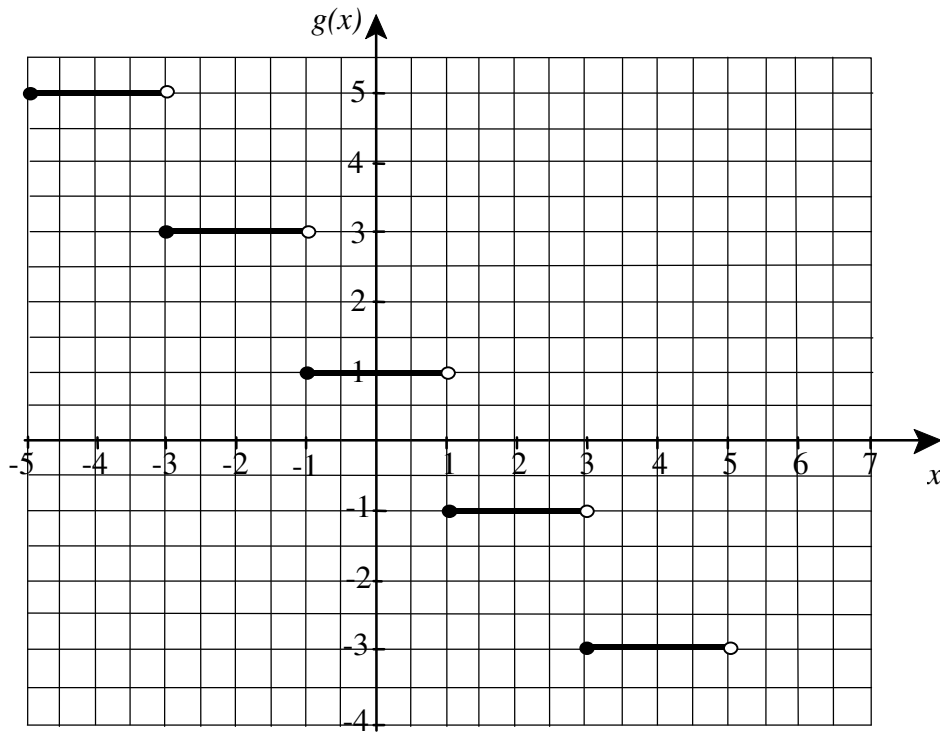
4

La fonction $f(x) = -2\sqrt{x} + 10$ représente la variation de la température extérieure, en degrés Celsius, en fonction du nombre d'heures écoulées x depuis le début des observations.

Lequel des graphiques ci-dessous représente $g(x)$, la réciproque de la fonction $f(x)$?



5 Le graphique de la fonction $g(x) = a[bx - 1] + k$ est représenté ci-dessous.



Quelles sont les valeurs possibles des paramètres a et b de la fonction $g(x)$?

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| A) $a < 0$
$0 < b < 1$ | C) $a > 0$
$0 < b < 1$ |
| B) $a < 0$
$b > 1$ | D) $a > 0$
$b > 1$ |

6 Soit l'expression logarithmique suivante : $\frac{1}{2}(\log_a m^4 + 2\log_a p) - 5\log_a a$

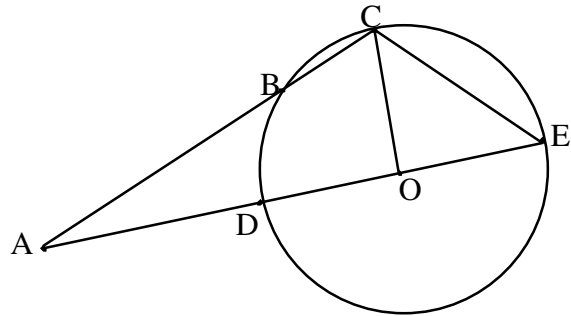
Parmi les expressions ci-dessous, laquelle lui est équivalente?

- | | |
|--|----------------------------------|
| A) $\log_a \left(\frac{m^2 + p}{5} \right)$ | C) $\log_a \frac{m^4 p}{10a}$ |
| B) $\log_a m^2 p - 5$ | D) $\log_a \frac{m^4 p^2}{2a^5}$ |

7

Soit le cercle de centre O ci-contre.

\overline{DE} est un diamètre.



Parmi les expressions suivantes, laquelle permet de déterminer la mesure du segment AC?

A) $m \overline{AC} = \sqrt{(m \overline{AO})^2 + (m \overline{CO})^2}$

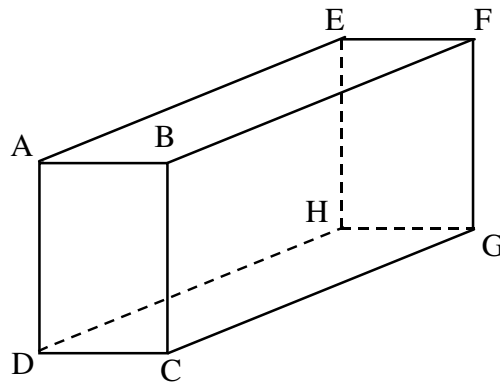
C) $m \overline{AC} = \frac{m \overline{AD} \times m \overline{AE}}{m \overline{AB}}$

B) $m \overline{AC} = \frac{m \overline{AE} \times m \overline{DE}}{m \overline{BC}}$

D) $m \overline{AC} = \sqrt{(m \overline{AE})^2 - (m \overline{CE})^2}$

8

Soit le prisme droit à base rectangulaire ci-contre.



Quel vecteur est égal à la résultante de l'expression $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{AE}$?

A) \overrightarrow{DH}

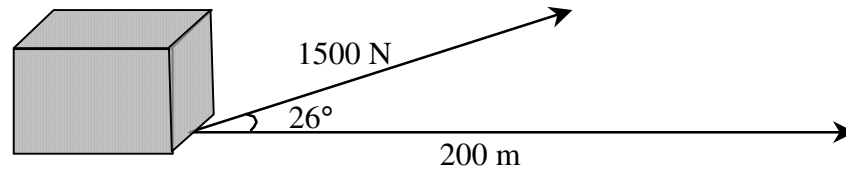
C) \overrightarrow{FB}

B) \overrightarrow{BE}

D) \overrightarrow{BC}

9

Pour construire les pyramides, les Égyptiens utilisaient un système de poulie très ingénieux afin de transporter les blocs de pierre. Ils appliquaient une force orientée de 26° sur les blocs de pierre afin de minimiser le travail nécessaire à leur déplacement. (Le travail (Nm) est défini comme le produit scalaire du vecteur force par le vecteur déplacement.)



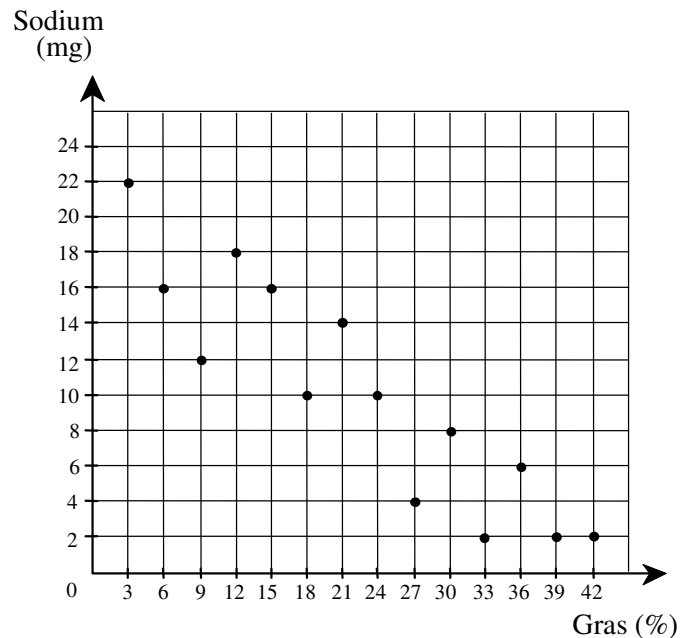
Quel travail, arrondi au Nm le plus près, est nécessaire pour déplacer un bloc de pierre horizontalement, sur une distance de 200 m, si on lui applique une force de 1500 N orientée de 26° ?

- | | |
|---------------|---------------|
| A) 131 511 Nm | C) 228 768 Nm |
| B) 194 076 Nm | D) 269 638 Nm |

10 Magalie effectue une recherche sur la quantité de gras, de cholestérol et de sodium qu'on retrouve dans 14 boîtes différentes de biscuits au chocolat.

Elle présente les résultats de sa recherche à l'aide d'un tableau et du graphique ci-dessous.

Boîtes de biscuits	Gras (%)	Cholestérol (mg)
Boîte A	15	8
Boîte B	21	9
Boîte C	12	6
Boîte D	18	6
Boîte E	36	12
Boîte F	39	12
Boîte G	9	6
Boîte H	24	10
Boîte I	33	9
Boîte J	30	8
Boîte K	6	7
Boîte L	42	11
Boîte M	3	5
Boîte N	27	9



D'après ces informations, comment peut-on qualifier la corrélation entre les variables quantité de cholestérol et quantité de sodium contenues dans ces 14 boîtes de biscuits?

- A) Moyenne et positive C) Forte et positive
 B) Moyenne et négative D) Forte et négative

SECTION B Cette section de l'épreuve comprend les questions 11 à 14.

Écrivez vos résultats à l'endroit approprié du cahier de réponses.

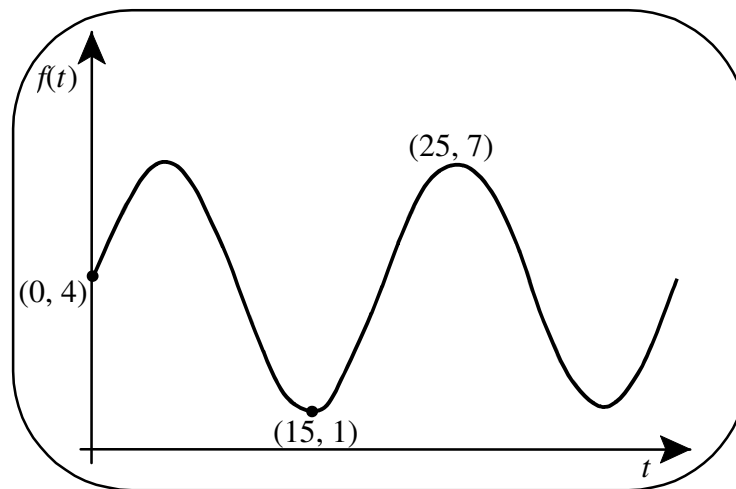
- 11** Le 1^{er} janvier dernier, Maxime décidait de surveiller son alimentation dans le but de perdre du poids. Depuis ce temps, sa masse varie selon la règle de la fonction suivante :

$$M(t) = \frac{500}{t + 50} + 80$$

où t représente le nombre de jours écoulés depuis le 1^{er} janvier
et $M(t)$ représente la masse de Maxime en kilogrammes.

D'après la règle de cette fonction, quelle masse minimale, arrondie à l'unité près, Maxime peut-il espérer atteindre?

- 12** L'écran de l'oscilloscope ci-dessous illustre une fonction sinusoïdale f représentant l'amplitude de la vibration d'une corde de guitare en fonction du temps t en secondes.



Quelle est la règle de cette fonction sinusoïdale?

- 13** La longueur d'une tige de métal varie en fonction de sa température selon la règle suivante :

$$l(x) = \log_3(x) + 7$$

où $l(x)$ représente la longueur de la tige en centimètres et x représente la température de la tige en degrés Celsius.

Pour transformer les degrés Celsius en degrés Fahrenheit, on utilise la règle suivante :

$$f(x) = \frac{9x}{5} + 32$$

où $f(x)$ représente les degrés Fahrenheit et x représente les degrés Celsius.

Quelle est la température, en degrés Fahrenheit, de cette tige de métal si sa longueur est de 10 cm?

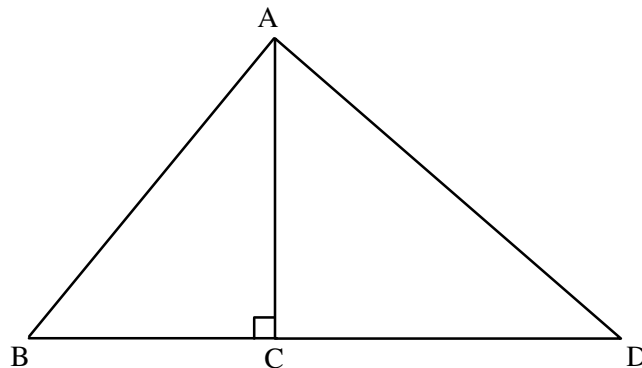
- 14** Marie-Lou possède un voilier dont les voiles ont la forme de deux triangles rectangles. Lors de sa dernière sortie en mer, le câble AB qui sous-tend une des voiles s'est rompu.

$$m \overline{CD} = 5,13 \text{ m}$$

$$m \overline{AD} = 6,7 \text{ m}$$

$$m \angle BAD = 90^\circ$$

$$m \overline{AB} = ?$$



**Quelle est la longueur du câble AB que Marie-Lou doit réparer?
Arrondissez le résultat au dixième le plus près.**

SECTION C Cette section de l'épreuve comprend les questions 15 à 25.

Dans le cahier de réponses, laissez les traces de vos démarches et écrivez, s'il y a lieu, les résultats.

15

Démontrez l'identité trigonométrique suivante :

$$\frac{\sec^2 x}{\tan^2 x} - 1 = \cot^2 x$$

16

Pendant deux ans, des océanographes ont compilé des données sur la masse des baleines à bosse. Ils ont observé que cette dernière varie selon la fonction sinusoïdale suivante :

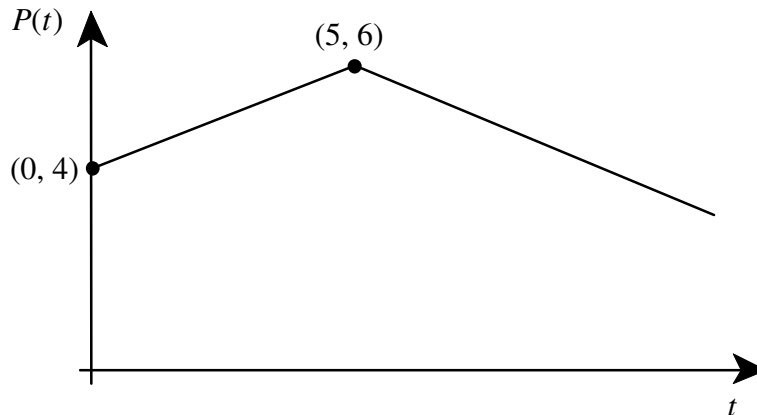
$$m(t) = 25 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 80 \quad \text{où } t \in [0, 24[$$

où t représente le nombre de mois écoulés depuis le début des observations et $m(t)$ représente la masse des baleines à bosse en tonnes.

Pendant la période d'observations, à quels moments la masse des baleines à bosse a-t-elle été d'exactly 100 tonnes?

Arrondissez les résultats au centième le plus près.

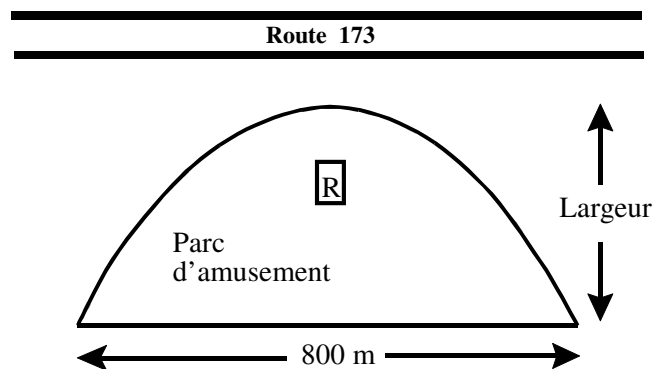
- 17** Au marché « Bon Fruits », on observe que le prix d'un kilogramme de raisins verts varie selon la règle de la fonction valeur absolue illustrée ci-dessous.



où t représente le nombre de mois écoulés depuis le début des observations $t \in [0, 12]$ et $P(t)$ représente le prix d'un kilogramme de raisins verts, en dollars.

Pendant combien de mois au cours de cette période le prix d'un kilogramme de raisins verts a-t-il été d'au moins 4,40 \$?

- 18** La clôture qui entoure un parc d'amusement a une forme parabolique. Chacun des points de cette clôture est à égale distance de la route 173 et d'un restaurant **R** situé à l'intérieur du parc. La distance entre la route 173 et le restaurant **R** est de 200 mètres. La longueur du parc d'amusement est de 800 mètres.



Quelle est la largeur du parc d'amusement?

- 19** Le nombre d'habitants de la ville de Kilwat, en Allemagne, varie selon la règle d'une fonction exponentielle. Le 1^{er} janvier 1975, cette ville comptait 130 000 habitants. Le 1^{er} janvier 1985, elle comptait 260 000 habitants.

Quelle était la population de cette ville allemande le 1^{er} janvier 2000 si son taux de croissance est demeuré constant?

- 20** Cet été, Étienne est responsable de la location de 60 grandes tentes et de 40 petites tentes pour faire du camping. Il sait que toutes ses tentes seront louées pour l'été s'il respecte les contraintes ci-dessous.

Il doit exiger au plus 400 \$ pour la location d'une grande tente. Le prix de location d'une petite tente doit être inférieur ou égal à la moitié du prix de location d'une grande tente. Le prix de location d'une grande tente et de deux petites tentes ne doit pas dépasser 700 \$.

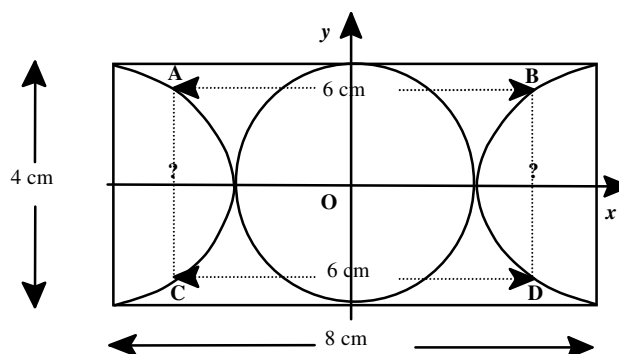
Soit x représentant le prix de location d'une grande tente et y représentant le prix de location d'une petite tente.

À quel prix Étienne doit-il louer ses grandes tentes et ses petites tentes pour maximiser ses revenus?

- 21** Sur la boucle rectangulaire de la ceinture de Frédéric, on retrouve un cercle tangent aux deux branches d'une hyperbole. La longueur de la boucle rectangulaire est de 8 cm et sa largeur est de 4 cm.

De plus, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $m \overline{AB} = 6 \text{ cm}$ et $m \overline{CD} = 6 \text{ cm}$.

Le centre du cercle est situé à l'origine du plan cartésien ci-dessous.

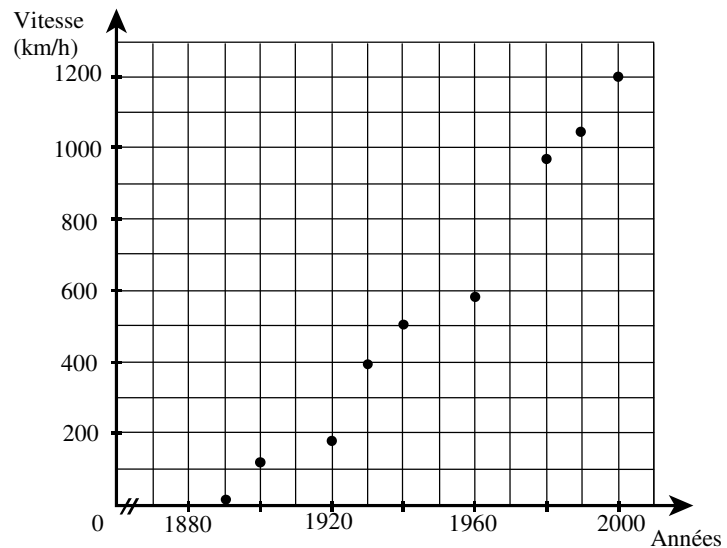


Quelle est la mesure de \overline{BD} ?

Arrondissez le résultat au centième le plus près.

- 22** Le tableau et le graphique ci-dessous présentent 9 records de vitesse automobile établis au cours des 109 dernières années.

Année	Record de vitesse (km/h)
1890	24
1900	120
1920	165
1930	380
1940	502
1960	584
1980	961
1990	1048
1999	1208



À l'aide de la droite de régression associée à ces données, déterminez le record de vitesse automobile établi en 1974.

Arrondissez le résultat à l'unité la plus près.

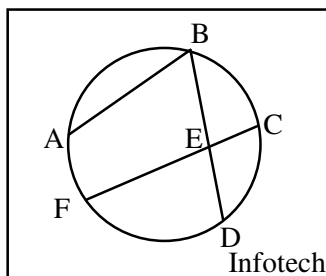
- 23** La figure ci-dessous représente le logo de la compagnie informatique Infotech.

$$m \angle ABD = 65^\circ$$

$$m \angle BEF = 102^\circ$$

$$m \widehat{AB} = 105^\circ$$

$$m \widehat{CD} = 60^\circ$$



Quelle est la mesure de l'arc DF dans cette figure?

24

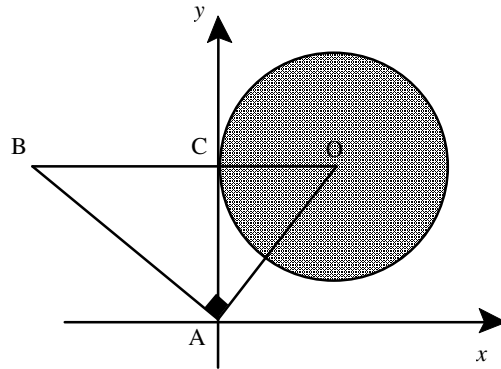
Soit le cercle de centre O représenté dans le plan cartésien ci-dessous.

$$m \overline{BO} = 25 \text{ cm}$$

$$m \overline{AO} = 15 \text{ cm}$$

\overline{BO} est parallèle à l'axe des x

$$m \angle BAO = 90^\circ$$



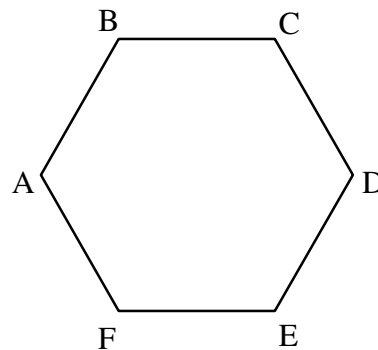
Quelle relation définit la région associée à la partie ombrée de ce cercle?

25

Soit l'hexagone régulier illustré ci-contre

$$\text{où } \overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

$$\text{et } \overrightarrow{BC} = \vec{b}.$$



Démontrez l'identité suivante : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \vec{a}$.



068-536

Mathématique

Épreuve de synthèse
Numéro 03

Cahier de réponses

5^e secondaire

Septembre 2002

Nom de l'élève	
Groupe	Date



Formation générale des jeunes

Section A

Questions 1 à 10

/40

1 [A] [B] [C] [D]**7** [A] [B] [C] [D]**2** [A] [B] [C] [D]**7** [A] [B] [C] [D]**3** [A] [B] [C] [D]**8** [A] [B] [C] [D]**4** [A] [B] [C] [D]**9** [A] [B] [C] [D]**5** [A] [B] [C] [D]**10** [A] [B] [C] [D]**Section B****11** Maxime peut espérer atteindre la masse minimale de _____ kg.

4 0

12 La règle de la fonction sinusoidale est _____.

4 0

13 La température de cette tige est de _____ degrés Fahrenheit.

4 0

14 La longueur du câble AB est de _____ mètres.

4 0

Section C

Chaque question vaut 4 points qui seront répartis en fonction des critères suivants :

- la pertinence de la démarche suivie,
- l'exactitude des calculs effectués,
- la clarté de la communication écrite.

15

4	3	2	0
---	---	---	---

Démarche

$$\frac{\sec^2 x}{\tan^2 x} - 1 = \cot^2 x$$

16

4	3	2	0
---	---	---	---

Démarche

$$m(t) = 25 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 80 \quad \text{où } t \in [0, 24[$$

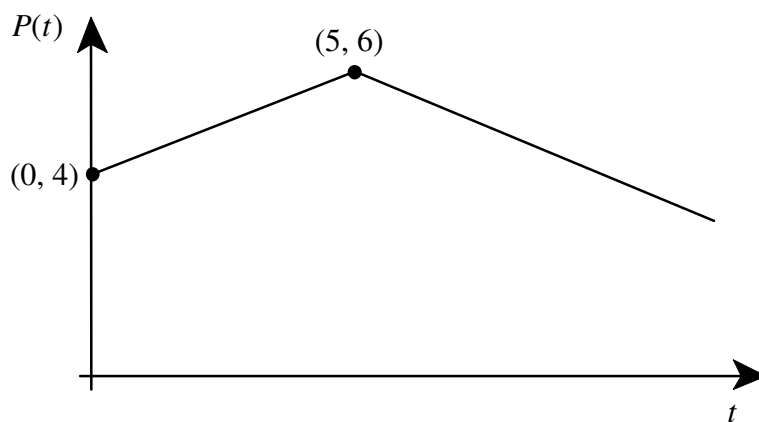
Résultat Les moments où la masse des baleines à bosse a été exactement 100 tonnes

sont : _____.

17

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

Démarche

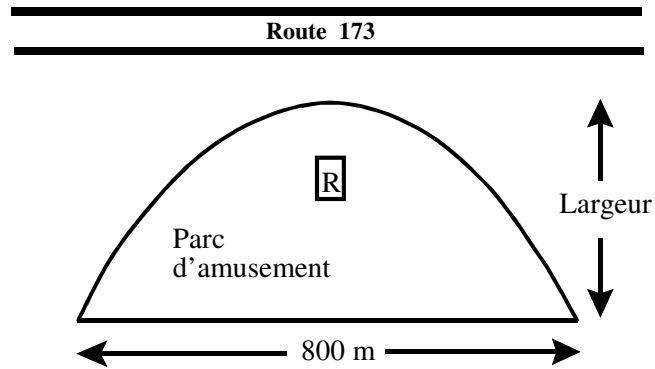


Résultat Le prix d'un kilogramme de raisins verts a été d'au moins 4,40 \$ pendant _____ mois.

18

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

Démarche



Résultat La largeur du parc d'amusement est de _____ mètres.

19

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

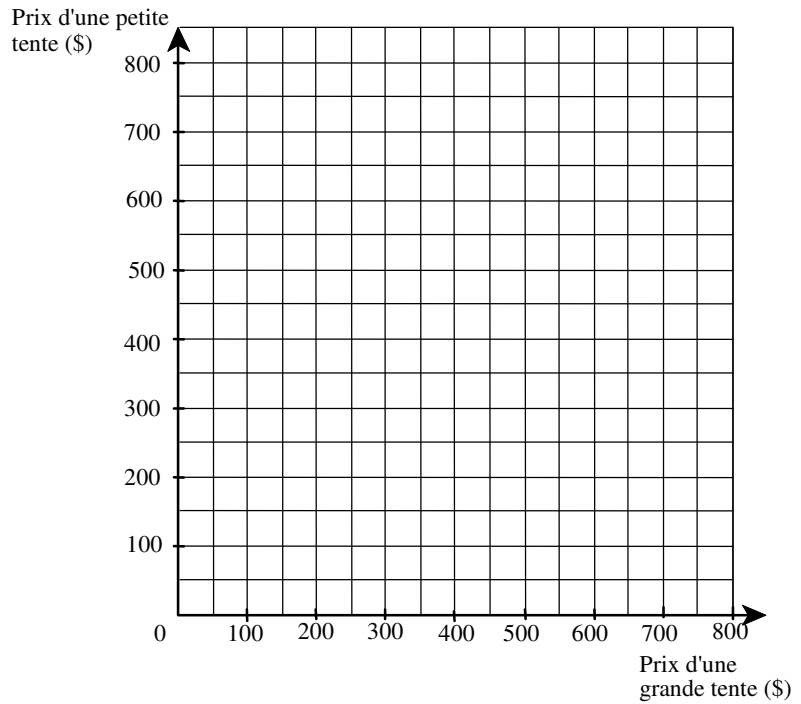
Démarche

Résultat La population de cette ville, le 1^{er} janvier 2000, est de _____ habitants.

20

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

Démarche

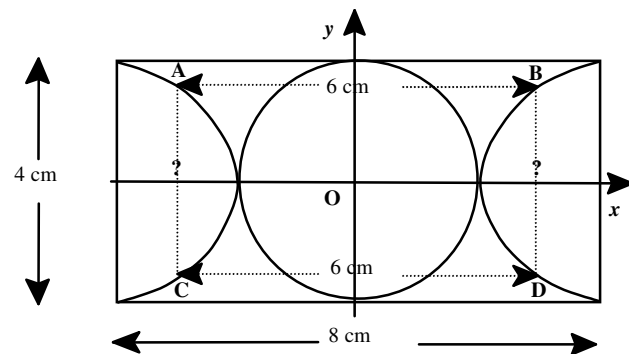
Soit x : prix de location d'une grande tente y : prix de location d'une petite tente

Résultat Étienne doit louer ses grandes tentes _____ \$ et ses petites tentes _____ \$.

21

4 3 2 1 0

Démarche



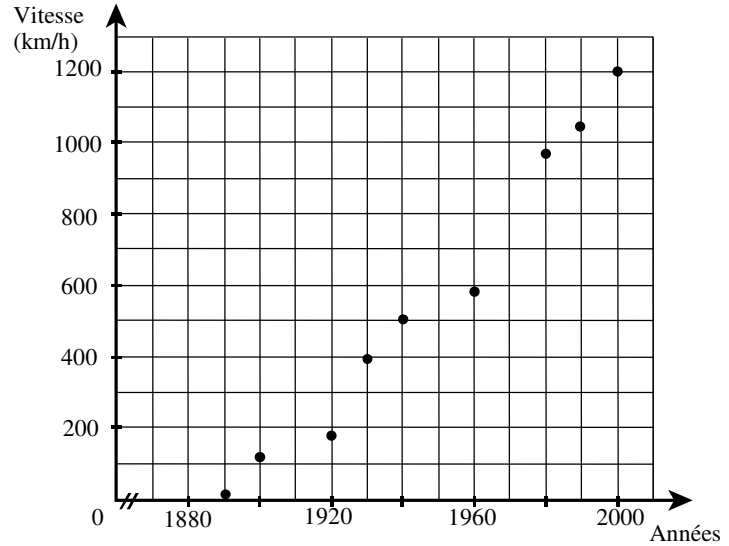
Résultat La mesure de \overline{BD} est de _____ cm.

22

4 3 2 0

Démarche

Année	Record de vitesse (km/h)
1890	24
1900	120
1920	165
1930	380
1940	502
1960	584
1980	961
1990	1048
1999	1208



Résultat Le record de vitesse automobile établi en 1974 est d'environ _____ km/h.

23

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

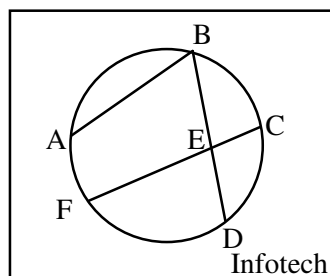
Démarche

$$m \angle ABD = 65^\circ$$

$$m \angle BEF = 102^\circ$$

$$m \widehat{AB} = 105^\circ$$

$$m \widehat{CD} = 60^\circ$$

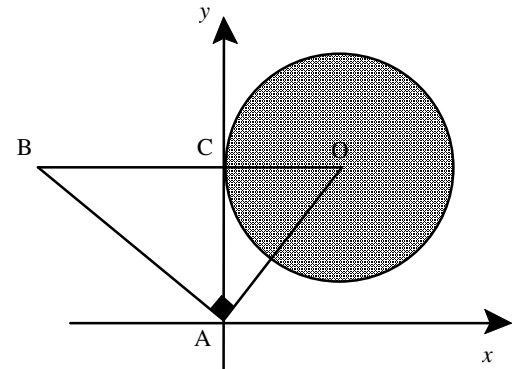


Résultat L'arc DF mesure _____ degrés.

24

4	3	2	1	0
---	---	---	---	---

Démarche



Résultat La relation qui définit la région ombrée du cercle est _____.

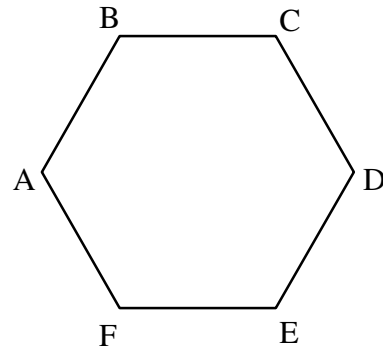
25

4 3 2 1 0

Démarche

Hypothèses :

1. ABCDEF est un hexagone régulier

2. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ **Conclusion :** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \vec{a}$ **Affirmations****Justifications**