GRICS

068-536

Mathématique

Épreuve de synthèse
Numéro 03

CORRIGÉ

5e secondaire

Septembre 2002

Formation générale des jeunes

CLÉ DE CORRECTION

Section A

Questions 1 à 10 *4 points ou 0 point* /40

1	D	**6**	B
2	C	**7**	C
3	B	**8**	A
4	C	**9**	D
5	A	**10**	B

Section B

11 Maxime peut espérer atteindre la masse minimale de 80 kg. *4 points ou 0 point* /4

12 La règle de la fonction sinusoïdale est $f(t) = 3 \sin \frac{\pi t}{10} + 4$. *4 points ou 0 point* /4

13 La température de cette tige est de 80,6 degrés Fahrenheit. *4 points ou 0 point* /4

14 La longueur du câble AB est de 5,6 mètres. *4 points ou 0 point* /4

Section C

15 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #1* /4

$$\frac{\sec^2 x}{\tan^2 x} - 1 = \cot^2 x$$

$$\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} - 1 = \cot^2 x$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} - 1 = \cot^2 x$$

$$\text{cosec}^2 x - 1 = \cot^2 x$$

$$\cot^2 x = \cot^2 x$$

16 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #1* /4

$$m(t) = 25 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 80$$

$$100 = 25 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 80$$

$$0{,}8 = \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right)$$

$$\sin^{-1}(0{,}8) = \theta$$

$$\theta \approx 0{,}9273$$

$$\pi - \theta \approx 2{,}2143$$

$$\frac{\pi t}{12} = 0{,}9273 \Rightarrow t = 3{,}54$$

$$\frac{\pi t}{12} = 2{,}2143 \Rightarrow t = 8{,}46$$

Résultat Les moments où la masse des baleines à bosse a été exactement de 100 tonnes sont : après 3,54 mois et 8,46 mois.

17 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Équation de la fonction

$$P(t) = a|t - h| + k$$

$$P(t) = a|t - 5| + 6$$

$$4 = a|0 - 5| + 6$$

$$-2 = 5a$$

$$a = \frac{-2}{5}$$

$$P(t) = \frac{-2}{5}|t - 5| + 6$$

Résolution

$$4{,}4 \leq \frac{-2}{5}|t - 5| + 6$$

$$-1{,}6 \leq \frac{-2}{5}|t - 5|$$

$$4 \geq |t - 5|$$

$$4 \geq t - 5 \qquad 4 \geq -t + 5$$

$$9 \geq t \qquad 1 \leq t$$

Nombre de mois

$9 - 1 = 8$ mois

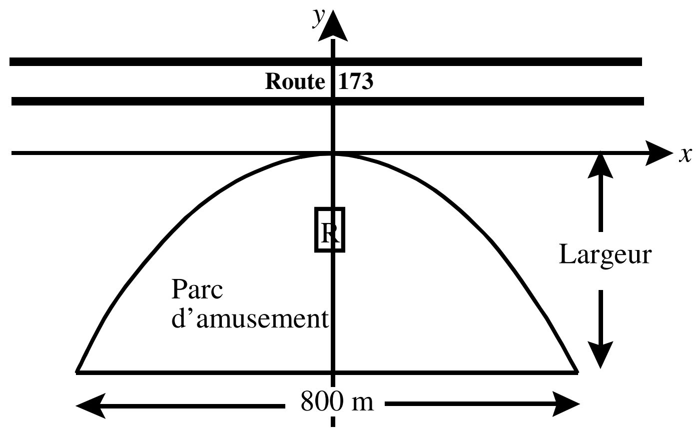
Résultat Le prix d'un kilogramme de raisins verts a été d'au moins 4,40 $ pendant 8 mois.

18 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Équation de la parabole

c= 100 et (h, k) = (0, 0)

$x^2 = -4(100)y$



Valeur de y pour $x = 400$

$x^2 = -4(100)y$

$400^2 = -400y$

$-400 = y$

Résultat La largeur du parc d'amusement est de 400 m.

19 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Équation de la fonction

La population double à tous les 10 ans.

$$P(x) = 130\ 000(2)^{\frac{x}{10}}$$

Calcul de la population en 2000

$$P(x) = 130\ 000(2)^{\frac{x}{10}} \quad \text{si} \quad x = 25$$

$P(x) = 130\ 000(2)^{2,5}$

$P(x) \approx 735\ 391,05$

Résultat La population de cette ville, le 1^er^ janvier 2000, était de 735 391 habitants.

20 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Mathématisation des contraintes

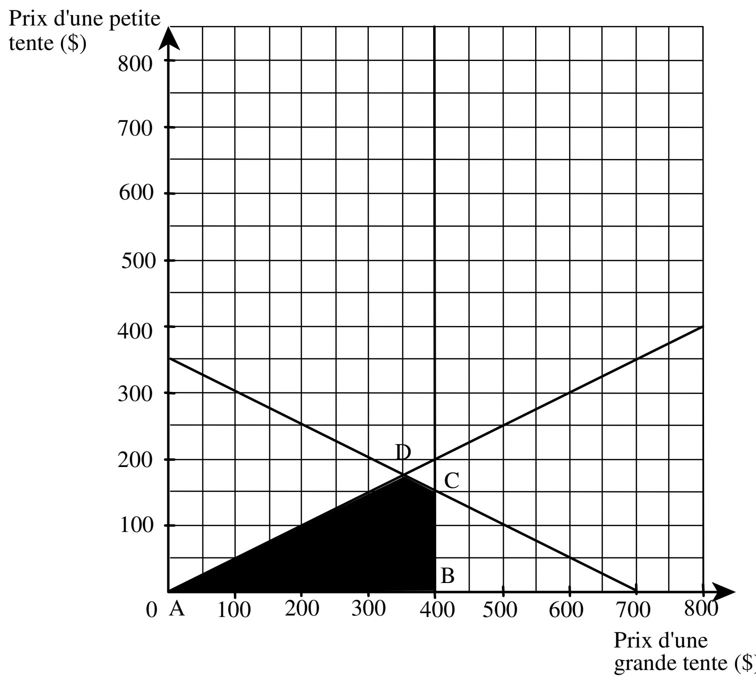
$x \geq 0$ $x \leq 400$ $x + 2y \leq 700$

$y \geq 0$ $x \leq \frac{x}{2}$

Polygone de contraintes

Les coordonnées des sommets sont

A (0, 0) C (400, 150)
B (400, 0) D (350, 175)



Règle de la fonction à optimiser

$R = 60x + 40y$

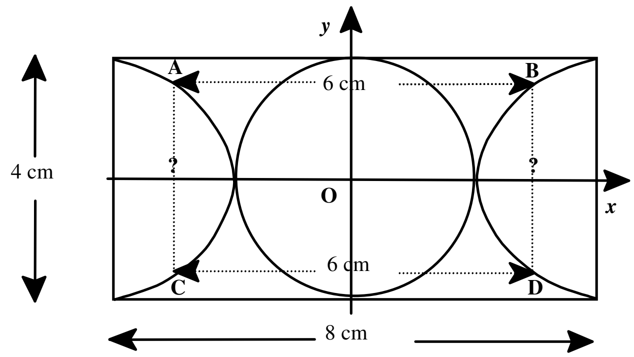
Évaluation de la fonction à optimiser aux sommets du polygone

Sommet	Valeur
A (0, 0)	0
B (400, 0)	24 000
C (400, 150)	30 000
D (350, 175)	28 000

Résultat Étienne doit louer ses grandes tentes 400 $ et ses petites tentes 150 $.

21 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Considérons l'hyperbole centrée à l'origine (h, k) = (0, 0)



2a = 4 cm = diamètre du cercle

a = 2

couple $(x, y) = \left(\frac{8}{2}, \frac{4}{2}\right) = (4, 2)$

Équation de l'hyperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (x, y) \to (4, 2)$$

$$\frac{16}{4} - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{-4}{b^2} = -3 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\left(\frac{4}{3}\right)} = 1$$

Calcul de la valeur de y lors $x = 3$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\left(\frac{4}{3}\right)} = 1$$

$$\frac{3^2}{4} - \frac{y^2}{\left(\frac{4}{3}\right)} = 1 \Rightarrow y^2 = 1,\overline{6} \Rightarrow y \approx \pm 1,29$$

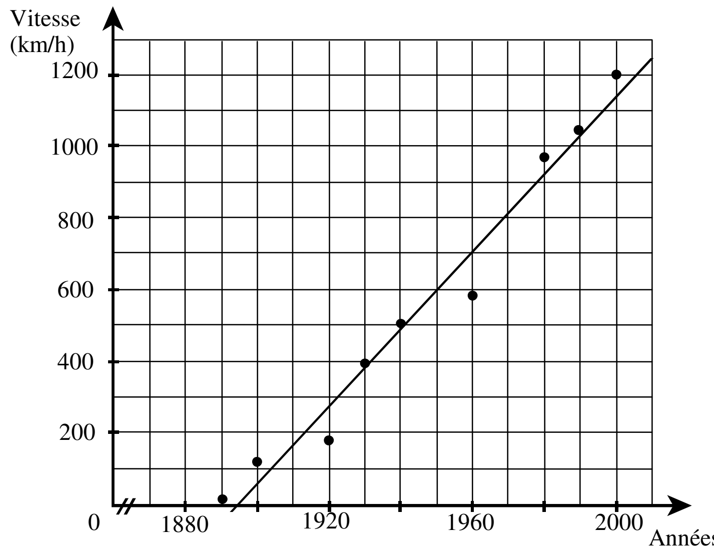
$2y \approx 2,58$

Résultat La mesure de $\overline{\text{BD}}$ est de 2,58 cm.

22 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #1* /4

Tracé de la droite de régression

Année	Record de vitesse (km/h)
1890	24
1900	120
1920	165
1930	380
1940	502
1960	584
1980	961
1990	1048
1999	1208



Moyenne de vitesse ≈ 554,6
Moyenne des années ≈ 1945,4
La droite de régression devrait passer par les points (1945,4; 554,6) et ≈ (1895, 0)
Équation de la droite de régression

$$y = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$$

$$\mathrm{a} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{554{,}6 - 0}{1945{,}4 - 1895} = \frac{554{,}6}{50{,}4} \approx 11$$

$$y \approx 11x + \mathrm{b}$$

$$554{,}6 = 11 \times 1945{,}4 + \mathrm{b}$$

$$\mathrm{b} \approx -20\,844{,}8$$

$$\Rightarrow y = 11x - 20\,844{,}8$$

Dans la règle de la droite de régression, on remplace x par 1974.

$$y = 11x - 20\,844{,}8$$

$$y = 11 \times 1974 - 20\,844{,}8$$

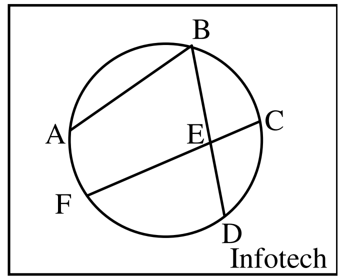
$$y \approx 869{,}2$$

Résultat Le record de vitesse en 1974 est d'environ 869 km/h.

Note L'équation de la droite de régression, calculée avec la calculatrice est : $y = 10{,}84x - 20\,538{,}24$.
Le record de vitesse est 859,92 km/h.

23 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Mesure de l'arc AD



$m\,\overset{\frown}{AD} = 2 \times m\,\angle ABD$
$m\,\overset{\frown}{AD} = 2 \times 65° = 130°$

Mesure de l'arc BF

$$m\,\angle BEF = \frac{m\,\overset{\frown}{BF} + m\,\overset{\frown}{CD}}{2}$$

$$102° = \frac{m\,\overset{\frown}{BF} + 60°}{2}$$

$m\,\overset{\frown}{BF} = 144°$

Mesure de l'arc AF

$m\,\overset{\frown}{AF} = m\,\overset{\frown}{BF} - m\,\overset{\frown}{AB}$
$m\,\overset{\frown}{AF} = 144° - 105° = 39°$

Mesure de l'arc DF

$m\,\overset{\frown}{DF} = m\,\overset{\frown}{AD} - m\,\overset{\frown}{AF}$
$m\,\overset{\frown}{DF} = 130° - 39° = 91°$

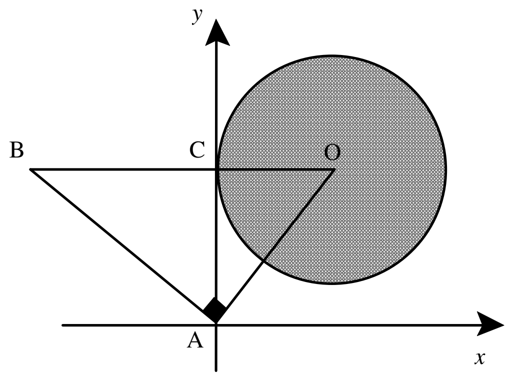
Résultat L'arc DF mesure 91°.

24 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

Mesure du segment CO

$$m\ \overline{CO} = \frac{m\ \overline{AO} \times m\ \overline{AO}}{m\ \overline{BO}}$$

$$m\ \overline{CO} = \frac{15 \times 15}{25} = 9 \text{ cm}$$



Mesure du segment AC

$$m\ \overline{AC} = \sqrt{\left(m\ \overline{AO}\right)^2 - \left(m\ \overline{CO}\right)^2}$$

$$m\ \overline{AC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ cm}$$

Coordonnées du centre du cercle

$$(h, k) = (m\ \overline{CO}, m\ \overline{AC}) = (9, 12)$$

Résultat La relation est $(x - 9)^2 + (y - 12)^2 \leq 9^2$.

25 Exemple d'une démarche appropriée *Utiliser la grille de correction #2* /4

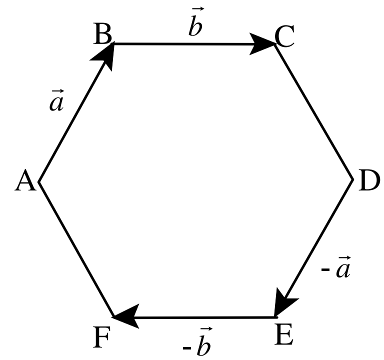
Hypothèses :

1. ABCDEF est un hexagone régulier

2. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$

   $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$

Conclusion : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \vec{a}$



Affirmations	Justifications
1. a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$	1. a) Relation de Chasles
b) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$	b) Par substitution
2. a) $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{AB}$	2. a) $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont des vecteurs opposés par définition d'un hexagone régulier.
b) $\overrightarrow{DE} = -\vec{a}$	b) Par substitution
3. a) $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{BC}$	3. a) $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont des vecteurs opposés par définition d'un polygone régulier.
b) $\overrightarrow{EF} = -\vec{b}$	b) Par substitution
4. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} =$ $\vec{a} + \vec{a} + \vec{b} + -\vec{a} + -\vec{b} = \vec{a}$	4. Addition vectorielle