



**068-536**

Mathématique

**Épreuve de synthèse**  
Numéro 02

Questionnaire

5<sup>e</sup> secondaire

**SECTION A** Cette section de l'épreuve comprend les questions 1 à 11.

Dans le cahier de réponses, noircissez la lettre qui correspond à la réponse choisie.

**1**

Une compagnie produit deux modèles d'imprimantes : le modèle à laser et le modèle à jet d'encre. On prévoit produire au plus 18 000 imprimantes, dont au moins 2000 à laser et au plus 16 000 à jet d'encre.

Une étude de marché démontre que les imprimantes à jet d'encre sont plus recherchées. Par conséquent, on produira au moins deux fois plus d'imprimantes à jet d'encre que d'imprimantes à laser.

La compagnie réalise un profit net de 59,00 \$ pour chaque imprimante à jet d'encre et de 88,00 \$ pour chaque imprimante à laser.

Soit  $x$  : le nombre d'imprimantes à laser produites,  
 $y$  : le nombre d'imprimantes à jet d'encre produites.

**Lequel des systèmes d'inéquations ci-dessous représente les contraintes de cette situation?**

A)  $x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $x + y \leq 18\ 000$   
 $x \geq 2000$   
 $y \leq 16\ 000$   
 $x \geq 2y$

C)  $x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $88x + 59y \leq 18\ 000$   
 $x \geq 2000$   
 $y \leq 16\ 000$   
 $y \geq 2x$

B)  $x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $x + y \geq 18\ 000$   
 $x \leq 2000$   
 $y \geq 16\ 000$   
 $x \geq 2y$

D)  $x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $x + y \leq 18\ 000$   
 $x \geq 2000$   
 $y \leq 16\ 000$   
 $y \geq 2x$

**2** Parmi les quatre fonctions suivantes, identifiez celle dont la réciproque n'est pas une fonction.

A)  $f(x) = \frac{(4x + 3)}{(2x + 5)}$

C)  $h(x) = 4|x - 3| + 1$

B)  $g(x) = 3\sqrt{4 - x} + 2$

D)  $i(x) = -3 \log (2x + 4) - 5$

**3** Une motoneige se déplace en demeurant à égale distance d'une piste de ski rectiligne et d'un poste de relais. La piste de ski est à un kilomètre du relais. Dans un plan cartésien, on identifie le relais à l'origine et on confond la piste de ski avec une verticale passant dans le premier quadrant.

**Quelle figure correspond au lieu géométrique représenté par le trajet de la motoneige?**

A) Une parabole

C) Un cercle

B) Une ellipse

D) Une hyperbole

**4** On utilise la fonction suivante dans le cadre d'une étude de probabilité :

$$p(t) = 0,6e^{-0,6t}$$

où  $e \approx 2,718$  et  $t$  représente le temps

Soit les trois affirmations ci-dessous.

1. La fonction  $p(t)$  est décroissante.
2. L'équation de son asymptote est  $y = 0$ .
3. L'ordonnée à l'origine de la fonction est 1.

**Parmi ces affirmations, lesquelles sont VRAIES?**

A) 1 et 2 seulement

C) 2 et 3 seulement

B) 1 et 3 seulement

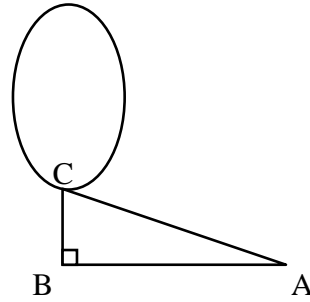
D) 1, 2 et 3

**5**

La figure ci-contre est formée du triangle ABC rectangle en B et d'une ellipse.

Le côté AB du triangle mesure 12 cm et son côté BC mesure 4 cm.

Le grand axe de l'ellipse mesure 10 cm et le petit axe mesure 6 cm.



**Si le sommet A du triangle est situé à l'origine d'un plan cartésien, quelle est l'équation canonique de l'ellipse?**

A)  $\frac{(x - 12)^2}{36} + \frac{(y - 4)^2}{100} = 1$

C)  $\frac{(x + 12)^2}{9} + \frac{(y - 9)^2}{25} = 1$

B)  $\frac{(x + 12)^2}{9} + \frac{(y - 4)^2}{25} = 1$

D)  $\frac{(x + 12)^2}{36} + \frac{(y - 9)^2}{100} = 1$

**6**

Soit l'expression logarithmique suivante :

$$\log_a m + \log_a n - 3 \log_a n$$

**Laquelle des expressions suivantes lui est équivalente?**

A)  $-2 \log_a m$

C)  $\log_a \left( \frac{m}{2n} \right)$

B)  $\log_a \left( \frac{m}{n^2} \right)$

D)  $-2 \log_a (m - n)$

7

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{8x - 2}{3x}$  et la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \frac{12x + 4}{2x + 1}$ .

Comment peut-on obtenir la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{52x^2 + 16x - 2}{6x^2 + 3x}$  à partir des règles de  $f$  et  $h$ ?

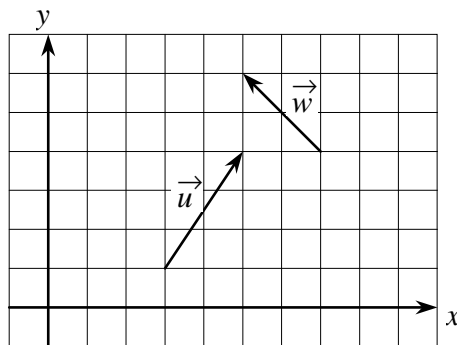
- A)  $(f \circ h)(x) = g(x)$                       C)  $(f \bullet h)(x) = g(x)$   
 B)  $(f + h)(x) = g(x)$                       D)  $(f - h)(x) = g(x)$

8

Soit  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , trois vecteurs.

$$\vec{v} = (-2, -3)$$

$\vec{u}$  et  $\vec{w}$  sont représentés dans le plan cartésien suivant :



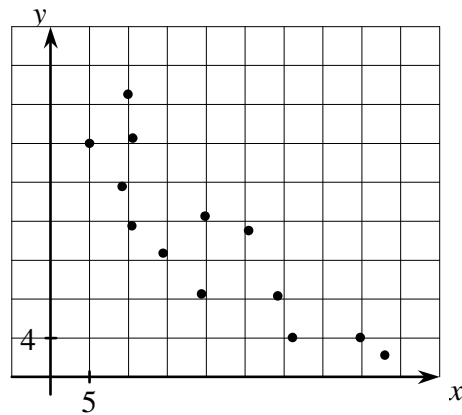
Parmi les affirmations suivantes, laquelle est VRAIE?

- A)  $\vec{v}$  et  $-\vec{u}$  sont des vecteurs opposés.  
 B)  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont des vecteurs équipollents.  
 C)  $\vec{w}$  et  $(\vec{v} + \vec{w})$  sont perpendiculaires.  
 D)  $\vec{u}$  et  $3\vec{v}$  sont colinéaires.



**11**

Soit le nuage de points suivant :



Quelle équation, parmi les suivantes, s'approche le plus de l'équation de la droite de régression?

A)  $y = \frac{-2}{3}x + 27$

C)  $y = \frac{2}{3}x + 27$

B)  $y = \frac{-2}{3}x + 41$

D)  $y = \frac{2}{3}x + 41$

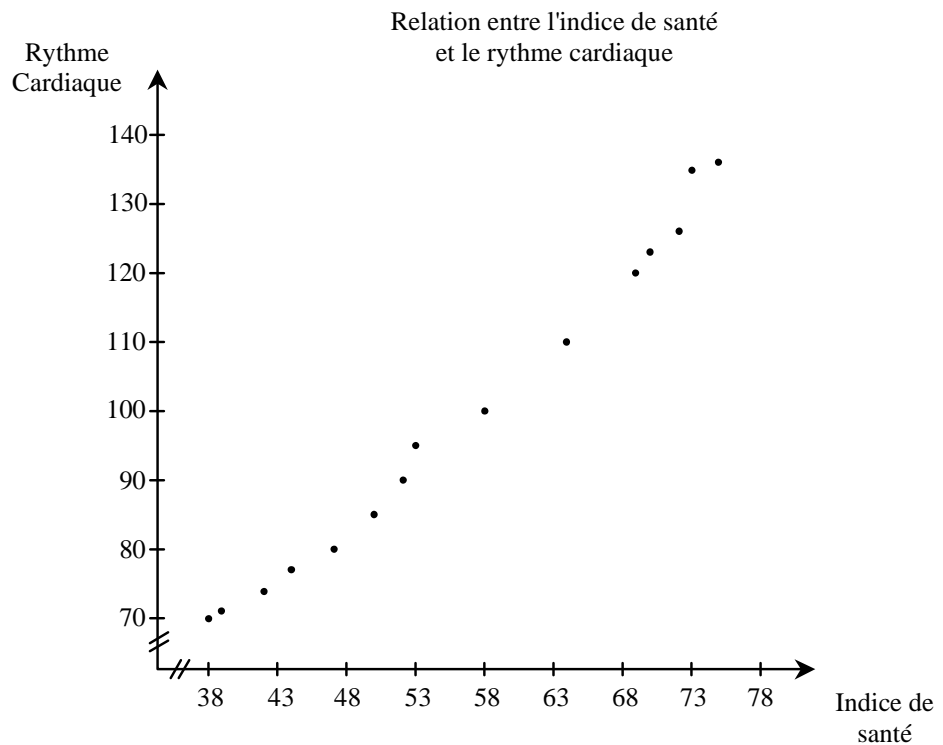
**SECTION B** Cette section de l'épreuve comprend les questions 12 à 15.

Dans le cahier de réponses, écrivez chaque résultat à l'endroit approprié.

**12** L'indice de santé d'un individu est calculé en divisant son poids, en kilogrammes, par sa taille, en mètre.

Des spécialistes ont analysé la relation entre l'indice de santé d'un individu et son rythme cardiaque enregistré lors d'un exercice physique moyennement intensif. Les données recueillies sont présentées ci-dessous.

Indice de santé	Rythme cardiaque
38	70
39	71
42	72
44	77
47	80
50	85
52	90
53	95
58	100
64	110
69	120
70	123
72	126
73	135
75	136



Lors de cet exercice, le rythme cardiaque d'une personne de 1,8 m est de 105.

**D'après ces données, quel est le poids approximatif de cette personne?**

**13** Quelle est l'ensemble-solution de l'inéquation suivante?

$$2\sqrt{x-7} + 5 < 0,2x + 8,4$$

**14** Dans une station-service, l'essence ordinaire se vend 4 ¢ de moins que l'essence super.

Dans cette station-service, on vend au moins 2 fois plus d'essence ordinaire que d'essence super. Le nombre total de litres d'essence vendus quotidiennement ne dépasse pas 8400, mais on ne vend jamais moins de 1600 litres d'essence super.

Le système d'inéquations ci-dessous traduit les contraintes de cette situation.

$$\begin{aligned}x &\geq 0 \\y &\geq 0 \\y &\geq 1600 \\x + y &\leq 8400 \\x &\geq 2y\end{aligned}$$

où  $x$  représente le nombre de litres d'essence ordinaire vendus  
et  $y$ , le nombre de litres d'essence super vendus.

Le litre d'essence super se vend 83,9 ¢/litre.

**Combien de litres d'essence de chaque sorte doit-on vendre chaque jour pour engendrer un revenu maximum?**

**15** Soit  $\vec{u} = (9, 2)$  et  $\vec{v} = (a, b)$ , deux vecteurs qui constituent une base vectorielle.

Le vecteur  $w = (24, 16)$  peut être exprimé par la combinaison linéaire suivante :  $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$ .

**Quelles sont les composantes du vecteur  $v$ ?**

**SECTION C** Cette section de l'épreuve comprend les questions 16 à 25.

Dans le cahier de réponses, laissez les traces de vos démarches et écrivez, s'il y a lieu, les résultats.

Aucun point ne sera accordé à un résultat exact sans la présence des traces de la démarche.

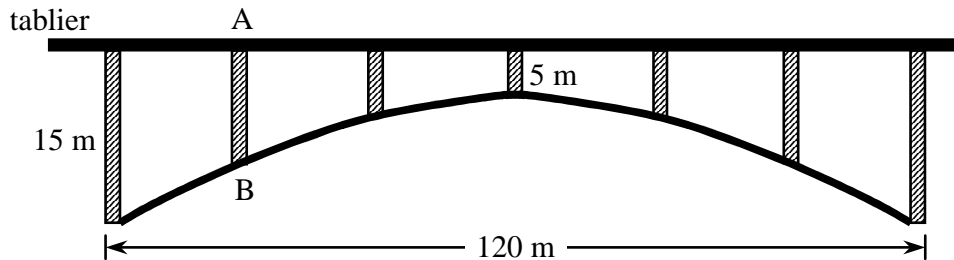
**16** Démontrez l'identité suivante :

$$\tan x + \cot x = \sec x \bullet \operatorname{cosec} x$$

- 17** Le tablier d'un pont repose sur une structure de forme hyperbolique comme illustré ci-dessous. Le tablier passe par le centre de l'hyperbole situé à 5 mètres du sommet.

La structure est soutenue par 7 piliers distancés également sur 120 mètres.

Aux extrémités, les piliers mesurent 15 mètres.



**Quelle est la longueur du pilier AB?**

- 18** Un cercle de centre  $O(2, 3)$  passe par le point  $A(5, 6)$ . On obtient le diamètre  $AB$  en prolongeant le rayon  $OA$ .

**Quelle est l'équation de la tangente au cercle passant par le point B?**

- 19** Une famille de quatre personnes doit déboursier 200,00 \$ par semaine pour son épicerie en l'an 2001.

**Dans combien de temps ce panier d'épicerie coûtera-t-il 250,00 \$ si le coût de la vie augmente de 3 % par année?**

Arrondissez votre réponse au dixième près.

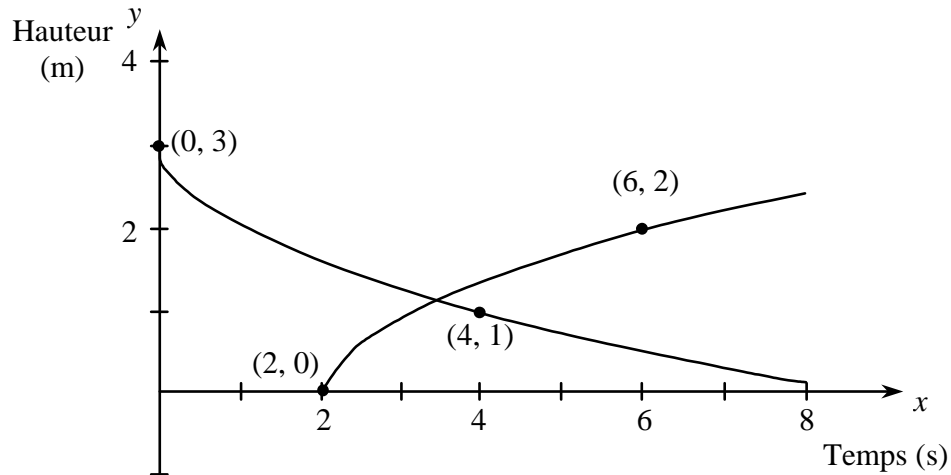
- 20** Aujourd'hui, Sonia fait un changement partiel de l'eau de l'aquarium sans en retirer les poissons.

Au début de l'opération, l'aquarium contient 60 litres. Après 35 secondes, l'aquarium contient 45 litres d'eau, ce qui constitue la quantité d'eau minimale pour s'assurer du bien-être des poissons. Ensuite, à l'aide d'une pompe, elle remplit l'aquarium à sa capacité maximale, soit 70 litres.

Lors de cette opération, Sonia constate que la relation entre le temps écoulé, en secondes, et la quantité d'eau dans l'aquarium, en litres, correspond à une fonction valeur absolue.

**Durant cette opération, pendant combien de temps la quantité d'eau dans l'aquarium a-t-elle été inférieure à 53 litres?**

- 21** Deux projectiles, lancés à 2 secondes d'intervalle, suivent, sur un intervalle de 8 secondes, des trajectoires décrites par des fonctions racine carrée différentes, comme l'illustre le graphique suivant :



**Combien de secondes après son lancement le 2<sup>e</sup> projectile sera-t-il plus haut que le 1<sup>er</sup> projectile?**

- 22** Lors d'une expérience avec un appareil, l'intensité  $i(t)$  d'un courant électrique en fonction du temps  $t$  écoulé depuis le début de l'expérience est donnée par :

$$i(t) = 6 \sin \left( \frac{\pi t}{12} + \frac{2\pi}{3} \right) + 6 \quad \text{où } t \text{ est exprimé en secondes.}$$

L'appareil émet un signal sonore chaque fois que l'intensité du courant est égale à 9.

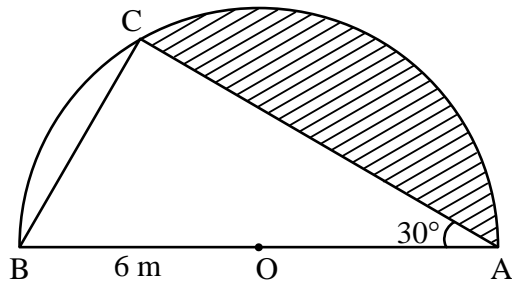
L'expérience dure 120 secondes.

**Combien de signaux sonores l'appareil a-t-il émis pendant l'expérience?**

23

Un triangle ABC ci-contre est inscrit dans un demi-cercle de centre O.

L'angle A mesure  $30^\circ$  et la mesure du rayon est de 6 m.



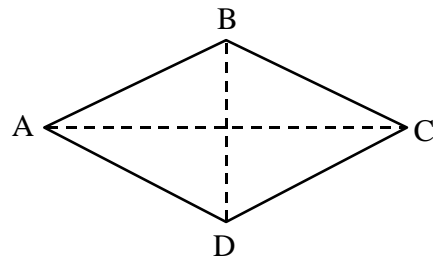
Quelle est, au dixième près, l'aire de la région hachurée?

24

Soit le losange ABCD ci-contre.

À l'aide des vecteurs, démontrez la proposition suivante :

« Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires. »



25

Anne-Marie analyse les résultats qu'elle a obtenus au dernier examen de physique et à celui de mathématique.

- Dans les deux cas, elle a obtenu 9 points de moins que la moyenne des résultats des élèves de son groupe.
- Elle détermine aussi les écarts à la moyenne de tous les élèves de son groupe de physique. Le relevé de ses observations est présenté ci-dessous. Il inclut l'écart à la moyenne de son propre résultat.

-10	+2	+1	+15
+13	+4	<b>-9</b>	-13
+6	-6	-7	-3
-11	-6	+12	+10

- Sa cote Z en mathématique est le double de celle en physique.

À quel examen les résultats des élèves sont-ils plus homogènes?